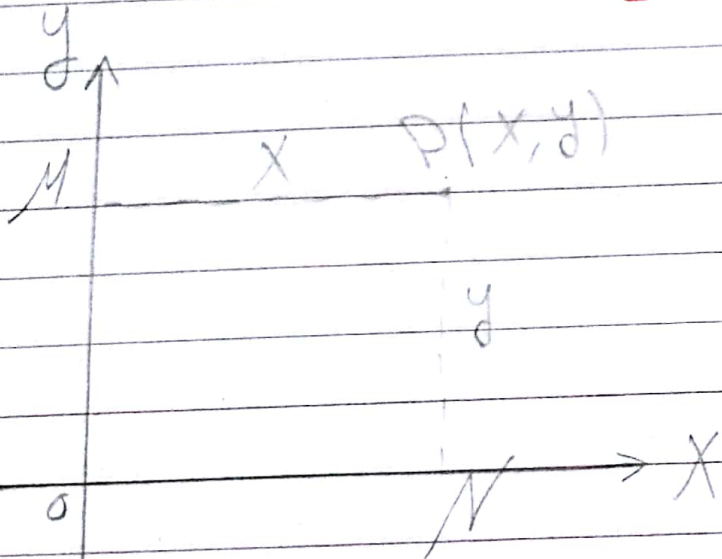


هندسة تحليلية

- ١- محاور الإحداثيات
- ٢- نقل المحاور ودورانها
- ٣- انزواج المتغيرات
- ٤- الدائره
- ٥- القطعات المخروطيه

محاور الإحداثيات

- ١- الإحداثيات كرتيزيه



$$MP = OM = x$$

$$NO = PN = y$$

اسم النقطه الدائريه

$$Q(-3, -2) \quad -2$$

$$S(0, -3) \quad -4$$

$$P(2, -3) \quad -1$$

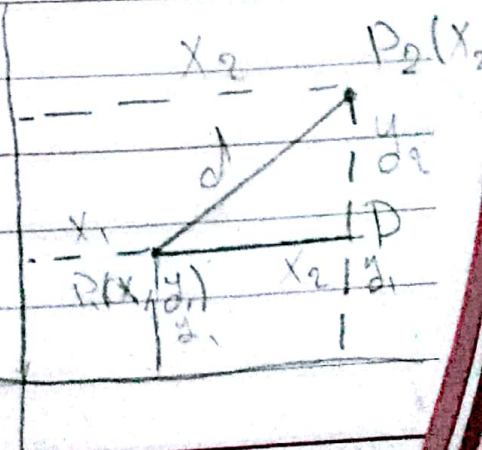
$$R(3, 0) \quad -3$$

البعد بين نقطتين في الإحداثيات كرتيزيه

$$d(x, y) = |x - y|$$

$$d^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$$

$$d = \sqrt{\quad}$$





$$\triangle P_1 M P \cong P_1 M_2 P_2$$

$$\frac{P_1 M}{P_1 M_2} = \frac{MP}{M_2 P_2} = \frac{P_1 P}{P_1 P_2}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{1}{2}$$

$$2(x - x_1) = x_2 - x_1$$

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$\frac{P_1 M}{P_2 M_2} = \frac{MP_2}{M_2 P_2} = \frac{P_1 P}{P_1 P_2}$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$



Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PAGE:

DATE:

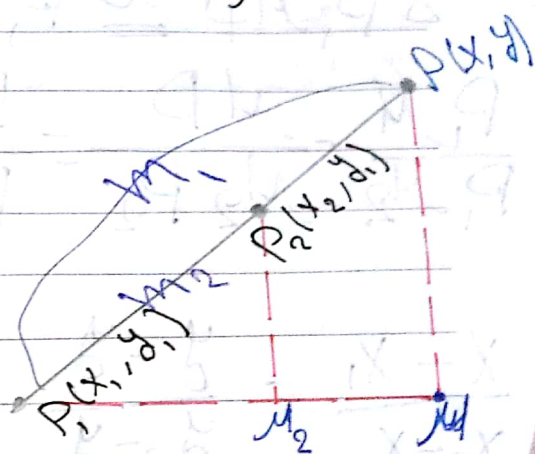


آلة - طريقة قطع - تقسيم الخارج

$$\frac{P_1 P}{P P_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$x = \frac{m_2 x_1 - m_1 x_2}{m_1 - m_2}$$

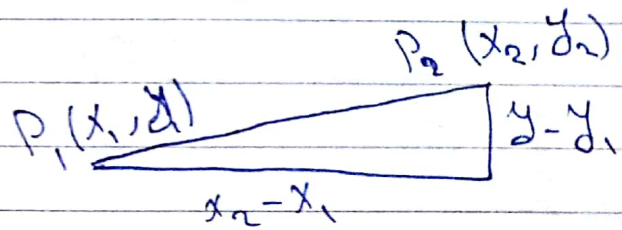
$$y = \frac{m_2 y_1 - m_1 y_2}{m_1 - m_2}$$





حاله خاصه اذا كانت $m_1 = m_2$
فإن النقطه تقع في منتصف
النقير \rightarrow فهو من الباطن

من الخط النقيص الى بنقطيه



$A(-1, 0), B(2, 0), C(5, 0)$

اسم النقطه الذي
تأخذ منه صعه \leftarrow

$$AB + BC = AC$$

$$AC + CB = AB$$

$$AB = 3 \quad BC = 3 \quad AC = 6$$

$$AB + BC = 6 = AC$$

اثبت ان المثلث الذي رؤوسه النقطه
 $A(1, 3), B(10, 5), C(2, 1)$

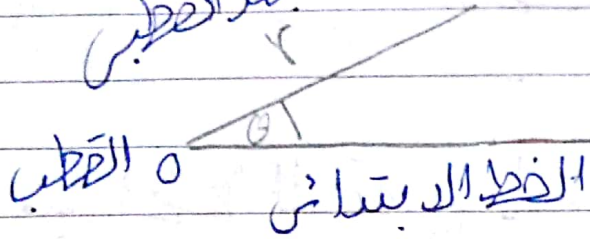
$$AB = \sqrt{85}, \quad AC = \sqrt{5}, \quad BC = \sqrt{80}$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$



قطر متوازي الصليبي \angle قطري \angle قطري

البعد القطبي

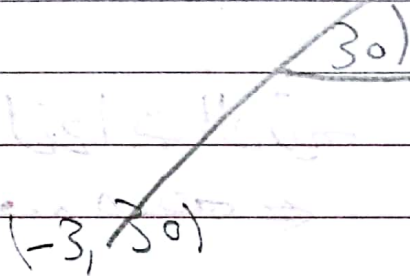
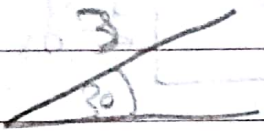


(r, θ)

الاحداثيات القطبية

اسم النقاط الدائرية

$(3, 30^\circ)$



العلاقة بين الاحداثيات القطبية والكارتيزية

(x, y) , (r, θ)

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

$(2, 60^\circ)$

احد الاحداثيات الكارتيزية للنقطة

$$r = 2$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$x = r \cos \theta = 2 \cos 60^\circ = 1$$

$$y = r \sin \theta = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}$$

$(1, \sqrt{3})$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \quad (1-2, 2\sqrt{3})$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} = 60^\circ$$

$$\theta = \pi - 60 = 120^\circ$$

الربع الثاني

هذا الحد له القيمة 1 الحد اثنان القطبي

$$x^3 = y^2(2-x)$$

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$$

$$r^3 \cos^3 \theta = r \sin^2 \theta (2 - r \cos \theta)$$

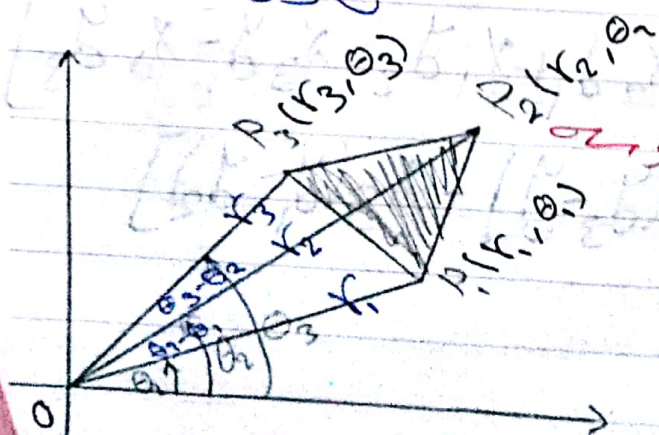
$$r^3 \cos^3 \theta - 2r^2 \sin^2 \theta + r^3 \sin^2 \theta \cos \theta = 0$$

$$r^2 [r \cos^3 \theta - 2 \sin^2 \theta + r \sin^2 \theta \cos \theta] = 0$$

$$r=0 \quad r=0 \Rightarrow x=0, y=0$$

$$r \cos \theta [\cos^2 \theta + \sin^2 \theta] = 2 \sin^2 \theta$$

$$r = \frac{2 \sin^2 \theta}{\cos \theta} = 2 \tan \theta \sin \theta$$



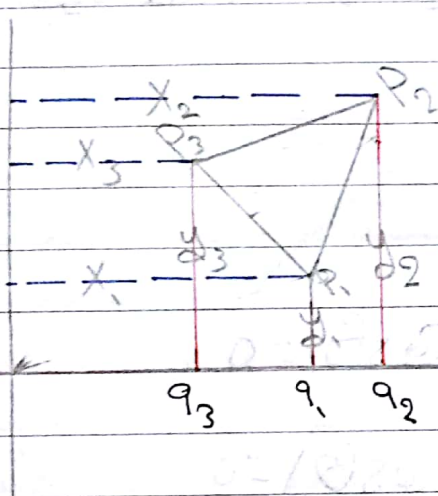
لأنه الختلت معلوميه / فؤ
اولاه حاله التمثيل القطبي



$$\Delta OP_1P_3 + \Delta P_1P_2P_3 = \Delta OP_1P_2 + \Delta OP_2P_3$$

$$\Rightarrow \Delta P_1P_2P_3 = \Delta OP_1P_2 + \Delta OP_2P_3 - \Delta OP_1P_3$$

$$= \frac{1}{2} r_1 r_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) + \frac{1}{2} r_2 r_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) - \frac{1}{2} r_1 r_3 \sin(\theta_3 - \theta_1)$$



ثانياً من الاحداثيات الكارتيزية

$$\Delta P_1P_2P_3 + \Delta Q_1Q_2P_2P_1 = Q_3Q_2P_2P_3$$

$$\Delta P_1P_2P_3 = \frac{1}{2} (y_2 + y_3)(x_2 - x_3) - \frac{1}{2} (y_1 + y_2)(x_2 - x_1)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} (y_1 + y_3)(x_1 - x_3)$$

$$= \frac{1}{2} [-x_3 y_2 + x_2 y_3 - x_2 y_1 + x_1 y_2 + x_3 y_1 - x_1 y_3]$$

$$= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

حالت خاصة
لذا كانت إحدى فرضيات المثلث هي نقطة الأصل 0 على
محاور المثلث هي

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

2 إذا كانت خاصية 4 تساوي نصف قيمة النقاط
 P_1, P_2, P_3 تقع جميعاً على 1 تقاطع واحد

المحل الهندسي

التعريف: المحل الهندسي لنقطة متحركة هو اتحاد معادله الهندسية
الناجية من تحريك نقطة ما في المستوى تحت شروط معينة

أو جد المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث يتساوى بعد ميل
من النقاط $A(2, 4)$ و $B(3, 5)$

$$PA = PB$$

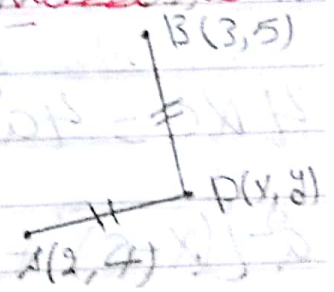
$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-5)^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 =$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 10y + 25$$

$$2x - 2y = 14$$

$$x + y = 7$$



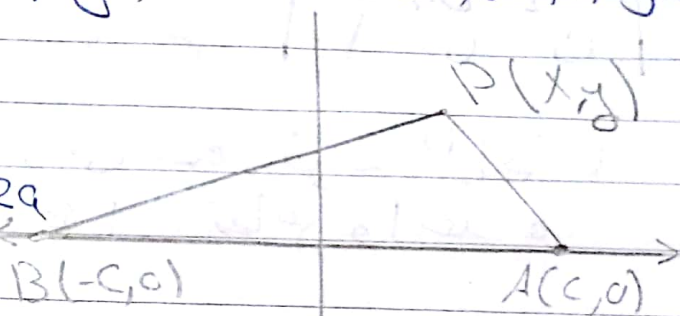


أوجد المعادلة التي تمثل مجموعة النقاط التي مجموع المسافات منها إلى نقطتين
التي هما $A(c, 0)$ و $B(-c, 0)$ ، معلوم $c < a$ حيث $2a$

نقطة $P(x, y)$ هي نقطة

$$PA + PB = 2a$$

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$$



$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$(x+c)^2 + y^2 = (2a - \sqrt{(x-c)^2 + y^2})^2$$

$$x^2 + 2xc + c^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + x^2 - 2xc + c^2$$

$$4xc = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$a^2[(x-c)^2 + y^2] = (a^2 - cx)^2$$

$$a^2[x^2 - 2xc + c^2 + y^2] = a^4 - 2a^2cx + c^2x^2$$

$$a^2x^2 - c^2x^2 + a^2y^2 = a^4 - a^2c^2$$

$$x^2(a^2 - c^2) + a^2y^2 = a^2(a^2 - c^2)$$

$$\Rightarrow a^2(a^2 - c^2)$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1 \quad a^2 - c^2 = b^2$$

هذا



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \text{مادله قطع ناقص}$$

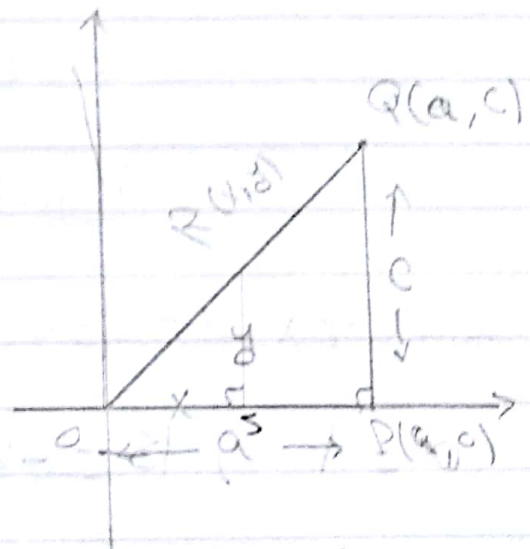
لذا كانت $P(a, 0)$ نقطة ثابتة و $Q(a, c)$ نقطة متغيرة حيث c متغير فإذا كانت $R(x, y)$ نقطة تتحرك على دائرة نصف قطرها a ومركزها O نقطة الأصل لبرهان $OQ - OR = a$ أثبت أن R تتحرك على الدائرة $x^2 + y^2 = a^2$

$$OQ - OR = a$$

$$\sqrt{a^2 + c^2} - \sqrt{x^2 + y^2} = a$$

$$(a^2 + c^2)(x^2 + y^2) = a^2$$

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2}{a^2 + c^2}$$



منه $\triangle RPQ$ قائم الزاوية عند P $\angle RPQ = 90^\circ$

$$\frac{y}{c} = \frac{x}{a}$$

$$ay = cx \Rightarrow c = \frac{ay}{x}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2}{a^2 + \frac{a^2 y^2}{x^2}} = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{x^2}} \cdot \frac{x^2}{x^2}$$

$$x^2 + y^2 = \frac{x^2}{x^2 + y^2}$$

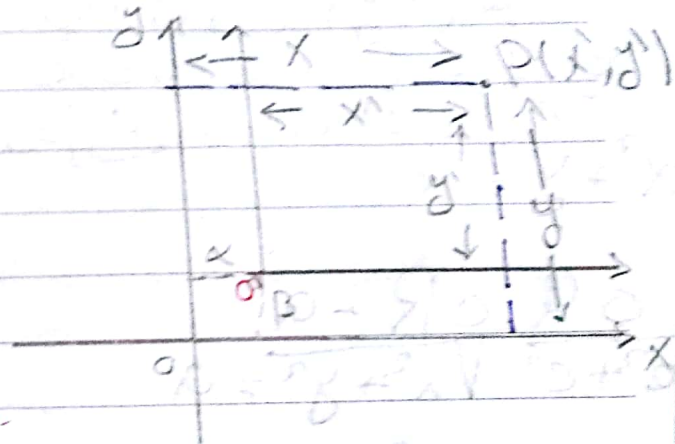
$$(x^2 + y^2)^2 = x^2$$

تغيير محور الاحداثيات

أ- نقل محورى الاحداثين موازى له وضعه الاصل موازى له
 ووضع الاصل في نقطة جديدة

$$x = x' + \alpha$$

$$y = y' + \beta$$



أوجد الصورة الجديدة للمعادلة
 $2x^2 - 4x + 4y = 0$ عند نقل المحاور إلى النقطة $O'(1, -3)$

$$\alpha = 1, \beta = -3$$

$$x = x' + 1$$

$$y = y' - 3$$

$$(x' + 1)^2 - 2(x' + 1) + 2(y' - 3) = 0$$

$$x'^2 - 2y' - 5 = 0$$

أوجد احداثيات نقطة الاصل الجديد التي إذا نقلت إلى
 المحور موازى له وضعه الاصل فإنه المعادلة $4x^2 - 8x - y + 5 = 0$
 تصبح حالة من حد الدرجة الأولى المستعمل x' والحد المثلثي



$$x = x' + \alpha \quad y = y' + \beta$$

$$4(x' + \alpha)^2 - 8(x' + \alpha) - (y' + \beta) + 5 = 0$$

$$4x'^2 + 8\alpha x' + 4\alpha^2 - 8x' - 8\alpha - y' - \beta + 5 = 0$$

$$4x'^2 + (8\alpha - 8)x' - y' + (4\alpha^2 - 8\alpha - \beta + 5) = 0$$

$$8\alpha - 8 = 0 \quad \alpha = 1 \quad \Rightarrow \beta = 1$$

(1, 1) هو المركز

المركز (1, 1) و A(2, 0) و B(-2, 0)

$$AP = 3PB$$

$$AP^2 + PB^2 = 16$$

Suck

إذا كانت

(i) A, P(x, y)
(ii)

$$\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 3\sqrt{(x+2)^2 + y^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 = 9x^2 + 36x + 36 + 9y^2$$

$$8x^2 + 8y^2 + 40x = 32$$

$$x^2 + y^2 + 5x = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + x^2 + 4x + 4 + y^2 = 16$$

$$2x^2 + 2y^2 = -2$$

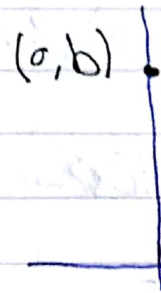
$$x^2 + y^2 = -1$$

اثبت ان المحل الهندسي للنقطة $P(x, y)$ التي تتحرك بحيث
 ان بعدها عن النقطة $(0, b)$ يساوي بعدها عن محور x
 هو $x^2 = b(2y - b)$

$$\sqrt{(x)^2 + (y-b)^2} = \sqrt{y^2}$$

$$x^2 + y^2 - 2by + b^2 = y^2$$

$$x^2 = b(2y - b)$$

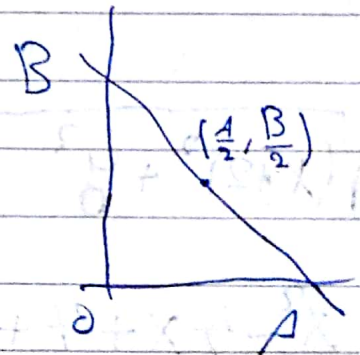


متغير متغير يقطع محوري الإحداثيات في النقطتين A, B
 $\Delta ABO = 2$ نقطة الأصل او جد المحل الهندسي
 لـ AB منتصف

$$\frac{1}{2} OA, AB = 2$$

$$OA \cdot AB = 4$$

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{B}$$



$$\frac{2x}{2B} = \frac{4}{2B}$$

$$xyB = 1$$



* الصورة العامة لمعادلة من الدرجة الثانية في x, y

$$-F(x, y) = ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$a(x' + \alpha)^2 + 2h(x' + \alpha)(y' + \beta) + b(y' + \beta)^2 + 2g(x' + \alpha) + 2f(y' + \beta) + c = 0$$

$$ax'^2 + 2\alpha ax' + \alpha x^2 + 2hx'y' + 2h\beta x + 2h\alpha y + 2h\beta + by'^2 + 2b\beta y' + b\beta^2 + 2gx' + 2fy' + 2f\beta + c = 0$$

$$ax'^2 + 2hx'y' + by'^2 + (2\alpha a + 2h\beta + 2g)x' + (2h\alpha + 2b\beta + 2f)y' + \alpha x^2 + 2h\alpha\beta + b\beta^2 + 2g\alpha + 2f\beta + c = 0$$

$$F(\alpha, \beta) = F(x, y) / (\alpha, \beta)$$

$$F(\alpha, \beta) = x^3 + x^2y + y^3$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 3x^2 + 2xy$$

نظا من العزيم
بالنحو ل x نعتبر
الذي ثابت

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2ax + 2hy + 2g$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \alpha} \right|_{(\alpha, \beta)} = 2a\alpha + 2h\beta + 2g$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2hx + 2by + 2f$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial \beta} \right|_{(\alpha, \beta)} = 2h\alpha + 2b\beta + 2f$$

$$ax'^2 + 2hx'y' + by'^2 + \frac{\partial F}{\partial x} \bigg|_{(\alpha, \beta)} x' + \frac{\partial F}{\partial y} \bigg|_{(\alpha, \beta)} y' + F(\alpha, \beta) = 0$$

$$F(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 + 4x + 8y - 5 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2x + 2y + 4$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} \big|_{(\alpha, \beta)} = 2\alpha + 2\beta + 4 = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2x - 2y + 8$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} \big|_{(\alpha, \beta)} = 2\alpha - 2\beta + 8 = 0$$

$$\therefore \alpha = -3 \Rightarrow \beta = 1 \quad (-3, 1) \text{ نقطة الأصل الجديدة}$$

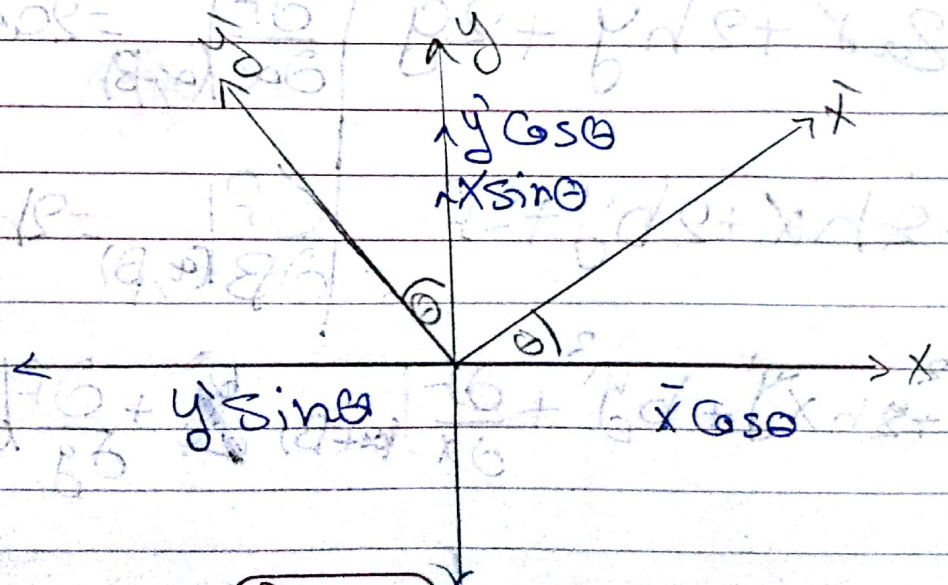
$$x'^2 + 2x'y' - y'^2 + F(-3, 1) = 0$$

المحاور الجديدة هي

$$F(-3, 1) = (-3)^2 + 2(-3)(1) - (1)^2 + 4(-3) + 8(1) - 5 = -7$$

$$x'^2 + 2x'y' - y'^2 - 7 = 0$$

دوران المحاور (x, y)



$$X = X' \cos \theta - Y' \sin \theta \quad [1], \quad Y = X' \sin \theta + Y' \cos \theta \quad [2]$$

$$X \cos \theta + Y \sin \theta = X' \cos^2 \theta - Y' \cos \theta \sin \theta + X' \sin^2 \theta + Y' \cos \theta \sin \theta$$

$$X' (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = X \cos \theta + Y \sin \theta$$

$$X' = X \cos \theta + Y \sin \theta$$

$$[1] \quad X - Y \sin \theta$$

$$[2] \quad X \cos \theta$$

$$-X \sin \theta + Y \cos \theta = -X' \sin \theta \cos \theta + Y' \sin^2 \theta + X' \sin \theta \cos \theta + Y' \cos^2 \theta$$

$$Y' (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = Y \cos \theta - X \sin \theta$$

$$Y' = Y \cos \theta - X \sin \theta$$

$$\bar{X} = X \cos \theta + Y \sin \theta = 1 \cos \frac{\pi}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{3} = 2 \quad \text{Ans}$$

$$\bar{Y} = Y \cos \theta - X \sin \theta = -\sin \frac{\pi}{3} + \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{3} = 0$$



$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad \text{مثال (5)}$$

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta$$

$$y = y' \cos \theta + x' \sin \theta \quad \text{عوض}$$

$$(x' \sin \theta + y' \cos \theta) + b(x' \sin \theta + y' \cos \theta) + 2g(x' \cos \theta - y' \sin \theta) + 2f(x' \sin \theta + y' \cos \theta) + c = 0$$

$$-2a \sin \theta \cos \theta + 2h \cos^2 \theta - 2h \sin^2 \theta + 2b \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$-a \sin 2\theta + b \sin 2\theta + 2h(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 0$$

$$\sin 2\theta (b - a) + 2h \cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta = \frac{2h}{a-b}$$

$$2\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2h}{a-b} \right)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2h}{a-b} \right)$$

المعادلة المتجانسة

$$A x'^2 + 2H x'y' + B y'^2 = 0 \quad \text{مثال (6)}$$

$$A + B = a + b$$

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = c \quad , \quad H^2 - AB = h^2 - ab$$

$$x = \bar{x} + \alpha$$

$$y = \bar{y} + \beta$$

$$x' = u \cos \theta - v \sin \theta$$

$$y' = u \sin \theta + v \cos \theta$$

$$x' = u \cos \theta - v \sin \theta + \alpha$$

$$y' = u \sin \theta + v \cos \theta + \beta$$

$$5x^2 + 4xy - 2y^2 - 2x + 12y - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}} u - \frac{v}{\sqrt{2}} - 1$$

$$\alpha = -1$$

$$\beta = 1$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

$$y = \frac{u}{\sqrt{2}} + \frac{v}{\sqrt{2}} + 1$$

$$5\left(\frac{u}{\sqrt{2}} - \frac{v}{\sqrt{2}} - 1\right)^2 + 4\left(\frac{u}{\sqrt{2}} + \frac{v}{\sqrt{2}} + 1\right) - 2\left(\frac{u}{\sqrt{2}} + \frac{v}{\sqrt{2}} + 1\right)^2$$

$$+ 2\left(\frac{u}{\sqrt{2}} - \frac{v}{\sqrt{2}} - 1\right) + 12\left(\frac{u}{\sqrt{2}} + \frac{v}{\sqrt{2}} + 1\right) - 1 = 0$$



$$D \quad y^2 = 4ax$$

$$r^2 \sin^2 \theta = 4a r \cos \theta$$

$$r(r \sin^2 \theta - 4a \cos \theta) = 0$$

$$r = 0$$

$$r = 4a \cot \theta \quad \text{CSC} \theta$$

$$x^3 = y^2 (2a - x)$$

$$r^3 \cos^3 \theta = r^2 \sin^2 \theta (2a - r \cos \theta)$$

$$r = \cos 2\theta$$

$$= \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \quad \times r^2$$

$$r^3 = r^2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}} = x^2 - y^2$$

$$r^3 = \sin 2\theta - 1 \quad \times r^2$$

$$r^5 - 2r^2 \sin \theta \cos \theta - r^2$$

$$(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}} = 2xy - (x^2 + y^2)$$

حول للصورة القطبية

$$E \quad x^2 + y^2 = a^2$$

$$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta = a^2$$

$$r^2 = a^2 \quad r = a$$

حول للصورة القطبية، نبدأ

1. وجدوا مساحة المثلث
 $A(8, 2), B(3, 4)$
 $C(4, 10)$

$$ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 4 & 10 & 1 \end{vmatrix}$$


 α β
 $(3, 4)$

نقلنا المحاور التي مركزها النقطة

$$x^2 + 2xy - 2y^2 + 4x + 2y + 6 = 0$$

انقل المحاور بحيث تتلاقى حدود الدرجة الاولى

$$x' = \frac{\partial F}{\partial x} \bigg|_{(\alpha, \beta)}$$

$$\begin{aligned} 2x + 2y + 4 \bigg|_{(\alpha, \beta)} &= 0 \\ 2\alpha + 2\beta + 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$y' = \frac{\partial F}{\partial y} \bigg|_{(\alpha, \beta)}$$

$$\begin{aligned} 2\alpha - 4\beta + 2 &= 0 \\ \alpha = -\frac{5}{3}, \quad \beta = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$x = x' - \frac{5}{3}, \quad y = y' - \frac{1}{3} \quad \left(-\frac{5}{3}, -\frac{1}{3} \right) \text{ النقطة}$$

$$x'^2 + 2x'y' - 2y'^2 + \cancel{4x' + 2y'} + \text{الحد الحظي} = 0$$

من المعادلة البسيطة 5 الحد الحظي
 بالتعويض بالنسبة (α, β) قيمة

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ \bar{y} &= -x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned}$$

للنقطة

$$\tan 2\theta = \frac{2h}{a-b}$$

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$



$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad x+y=0 \quad \bar{x}=y, \quad y=-x$$

[2]

$$-y' + x' = 0$$

[3]

$$x^2 - xy + 2y^2 = 6$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2h}{a-b} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{-1}{1-2} = \frac{1}{2} \tan^{-1} 1$$

$$= \frac{1}{2} (45) = 22.5$$

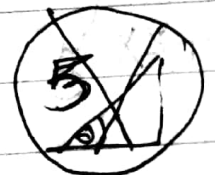
$$\bar{x} = x' \cos(22.5) - y' \sin(22.5)$$

$$y = y' \sin(22.5) + \bar{y}' \cos(22.5)$$

احذف xy

$$8x^2 + 4xy + 5y^2 = 36$$

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{4}{8-5} \right) = 26.5$$



$$\cos \theta = .89$$

$$\sin \theta = .45$$

$$x = x'(.89) + (-y')(.45)$$

$$y' = x'(.45) + y'(.89)$$

$$\begin{aligned} X &= u \cos \theta - v \sin \theta + \alpha & \alpha &= 1, \beta = 2, \theta = 3^\circ \\ Y &= u \sin \theta + v \cos \theta + \beta & X &= 2, Y = 3, u, v = ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 - u \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} v + 1 & \quad \left| \quad 3 - v \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} u + 2 \right. \\ \hline \sqrt{3} u - v = 2 & \Rightarrow \text{II} \quad \left| \quad \sqrt{3} v + u = 2 \right. \Rightarrow \text{I} \end{aligned}$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}, V = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = (x, x-6)(x, x-6)$$

$$\text{val}(x, y) = 3 \quad \text{val}(x, y) = f + f \cdot X(\text{cm} +, \text{cm}) = X \text{ cm, cm}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2} u - \frac{1}{2} v + 1, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{2} v + \frac{1}{2} u + 2$$

$\textcircled{*} Ax + By + C = 0$ معطاه الخط المستقيم (القياسية)
 $\textcircled{*} y = mx + c \rightarrow$ الجزء والمقطع عند الصادات
 $y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$

میل افقی = 0
میل ای وازی = 0

$\tan \theta = m$
مع الاتجاه الموجب لـ x إلى اليمين

$L_1 \perp L_2$
 $m_1 m_2 = -1$

أي مستقيماً متوازياً ميلهم متساوٍ غير رأسي

~~المستقيمان~~ أزواج المتصفات
 $y = m_1 x$, $y = m_2 x$

$$y - m_1 x = 0 \quad , \quad y - m_2 x = 0$$

$$(y - m_1 x)(y - m_2 x) = 0$$

معادلة متجانسة من الدرجة 2
 $m_1 m_2 x^2 - (m_1 + m_2)xy + y^2 = 0$
 [2] حدود الدرجة الأولى والعدا المظهر غير موجود

$$ax^2 - 2hxy + by^2 = 0 \quad (\div x^2)$$

$$b\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 2h\left(\frac{y}{x}\right) + a = 0$$

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{2h}{b}\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{a}{b} = 0$$

$A = 1$	$C = \frac{a}{b}$
$B = \frac{2h}{b}$	

$$\frac{y}{x} = \frac{-\frac{2h}{b} \pm \sqrt{\left(\frac{2h}{b}\right)^2 - 4\frac{a}{b}}}{2}$$

$$= \frac{-\frac{2h}{b} \pm 2\sqrt{\left(\frac{h}{b}\right)^2 - \frac{a}{b}}}{2}$$



$$y = \frac{-h \pm \sqrt{h^2 - ab}}{b} x$$

$$y = \frac{-h + \sqrt{h^2 - ab}}{b} x \quad m_1 \quad y = \frac{-h - \sqrt{h^2 - ab}}{b} x \quad m_2$$

Zero $\sqrt{h^2 - ab}$

$$y = m_1 x \quad y = m_2 x$$

$$x^2 + 6xy + 5y^2 = 0$$

$$h^2 - ab = (3)^2 - 1 \times 5 = 4 > 0$$

$$m_1 = \frac{-h + \sqrt{h^2 - ab}}{b} = \frac{-1}{5}$$

$$m_2 = \frac{-h - \sqrt{h^2 - ab}}{b} = -1$$

$$y = -\frac{1}{5}x \quad , \quad y = -x$$

$$(x + 5y)(x + y) = 0$$

$$\begin{cases} x + 5y = 0 \\ x = -5y \\ y = -\frac{x}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 0 \\ x = -y \\ y = -x \end{cases}$$

$$2x^2 + 6xy + 5y^2 = 0$$

$$a = 2$$

$$b = 5$$

$$h = 3$$

$$h^2 - ab = 9 - 10 = -1 < 0$$

~ imaginary & non distinct

$$abc + 2hfg - af^2 - bg^2 - ch^2 = 0$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0$$

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad (x \neq 0)$$

$$a^2x^2 + 2hax + 2gax = -aby^2 - 2afy - ca$$

$$a^2x^2 + 2ax(hy + g) = -aby^2 - 2afy - ca + (hy + g)^2$$

$$(ax + hy + g)^2 = -aby^2 - 2afy - ca + h^2y^2 + 2hgy + g^2$$

$$= (h^2 - ab)y^2 + (2fg + 2hg)y + (g^2 - ac)$$

$$ax + hy + g = \pm \sqrt{\underbrace{(h^2 - ab)y^2}_A + \underbrace{(2fg + 2hg)y}_B + \underbrace{(g^2 - ac)}_C}$$



$$B^2 - 4AC = 0$$

$$(-2fa - 2hg)^2 - 4(h^2 - ab)(g^2 - ca) = 0$$

$$4f^2a^2 - 8hgf a + 4h^2g^2 - 4(h^2g^2 - h^2a - abg^2 + a^2bc) = 0$$

$$f^2a^2 - 2hgf a$$

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 + 8x - 8y - 17 = 0$$

$$R_1 + R_2 \rightarrow R_1$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} 2 & -2 & 4 & & R_1 \\ -2 & 2 & -4 & & R_2 \\ 4 & -4 & -17 & & R_3 \end{array} = \begin{array}{c|ccc|c} 0 & 0 & 0 & & \\ -2 & 2 & -4 & & \\ 4 & -4 & -17 & & \end{array} = 0$$

تحقق زوج من المعادلتين (شرط)

$$a = 2$$

$$b = 2$$

$$h = 2$$

$$g = 4$$

$$f = -4$$

$$c = -17$$

$$2x^2 - 4xy + 5y^2 + 8y - 4 = 0$$

المعادلة الأولى للصفر: لا يمثل زوج من المعادلتين

$$a = 2$$

$$b = 5$$

$$h = -2$$

$$g = 0$$

$$f = -3$$

$$c = -4$$

$$4x^2 - 6xy - 18y^2 + 14x - 12y + 6 = 0$$

$$2x^2 - 3xy - 9y^2 + 7x - 6y + 3 = 0$$

$a = \frac{2}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$	4	3	7	$a = 2$	$b = -9$
$\frac{3}{2}$	-9	-3	3	-18	-6	$h = \frac{3}{2}$	$g = \frac{7}{2}$
$\frac{7}{2}$	-3	3	7	-6	6	$f = -3$	$c = 3$

$$2x^2 + 3xy - 9y^2 = 0$$

$$(2x - 3y + C_1)(x + 3y + C_2) = 0$$

$$x \text{ ko } 2C_2 + C_1 = 7 \Rightarrow \text{I}$$

$$y \text{ ko } -3C_2 + C_1 = -6 \Rightarrow \text{II}$$

$$C_1 = 1$$

$$C_2 = 3$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 3y = -3 \end{cases} \text{ solvable}$$

$$\tan(\theta_2 - \theta_1) = \frac{\tan \theta_2 - \tan \theta_1}{1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$

$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$



نظرية الخطوط المماسية

$$y = m_1 x + C_1, \quad y = m_2 x + C_2$$

$$(y - m_1 x - C_1)(y - m_2 x - C_2) = 0$$

$$m_1 m_2 x^2 + (-m_1 - m_2)xy + y^2 + (m_1 C_2 - m_2 C_1)x + (-C_2 - C_1)y + C_1 C_2 = 0 \Rightarrow \text{II}$$

$$m_1 m_2 = a/b$$

$$-m_1 - m_2 = \frac{2h}{b}$$

Suck

او عبد الزواح التقيت

$$\text{II} \quad x^2 - 7xy + 12y^2 = 0$$

$$a = 1, b = 12, h = -7$$

$$h^2 - ab = \frac{1}{4} > 0$$

$$(x - 3y)(x - 4y) = 0$$

$$x - 3y = 0 \Rightarrow \text{I} \quad x - 4y = 0$$

اكتب اسم العائلة التي تحت خطيها . تقابلتم في الزاوية بيننا و فقهنا تقابلنا

$$x^2 + xy - 2x^2 - 5x - y - 2 = 0 \Rightarrow \text{II}$$

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$a = -2, b = 1, h = \frac{1}{2}, g = -\frac{5}{2}, f = -\frac{1}{2}, c = -2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \end{vmatrix} = 0$$

مستقيم



Sat Sun Mon Tue

$$y^2 + xy - 2x^2 = 0$$

$$(y - x)(y + 2x) = 0$$

$$y = x$$

$$y = -2x$$

لايجاد C_1, C_2

$$(y - x + C_1)(y + 2x + C_2) = 0 \Rightarrow (2)$$

فما هو C_1 و C_2 ؟

$$-5 = -C_2 + 2C_1$$

y //

$$-1 = C_2 + C_1$$

$$C_1 = -2$$

$$C_2 = 1$$

الخط \therefore

$$y - x - 2 = 0$$

$$y + 2x + 1 = 0$$

$$\tan \theta = \frac{\pm 2 \sqrt{b^2 - 4ac}}{a + b} = \frac{\pm 2 \sqrt{\frac{1}{4} + 2}}{-1}$$

$$\theta_1 = 71.5^\circ$$

$$\theta_2 = 180 - 71.5^\circ$$



$$X^2 + 6Xy + 9y^2 + 4X + 12y + 5 = 0$$

$a=1, b=9, h=3, g=2, F=6, C=5$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 5 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$X^2 + 6Xy + 9y^2 = 0$$

$$(X + 3y)(X + 3y) = 0$$

$$X = -3y$$

$$X + 3y + C_1 = 0$$

$$X + 3y + C_2 = 0$$

$$4 = C_2 + C_1$$

$$5 = C_2 + C_1$$

$$C_1 C_2 = 5$$

$$C_1 = -1$$

$$C_1 = 5$$

$$C_1 = 5$$

$$C_2 = -1$$

$$\tan \theta = \pm \frac{2\sqrt{9-9}}{10} = 0$$

$$\theta = 180^\circ$$

$$6x^2 + 11xy + 3y^2 + x + 2y + 2 = 0$$

$$2x^2 + 3xy + 2y^2 + x + 2y + 2 = 0$$

وكان $a + 0 = 0$ دوائر المتشعبة متعامدة

$$3x^2 - 4xy + x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2} = 0$$

$$a=3, b=1, h=-2, g=-\frac{1}{2}, f=\frac{1}{2}, c=-2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0 \text{ عند زوايا من المستقيمة}$$

$$3x^2 + y^2 - 4xy = 0$$

$$(3x - y + C_1)(x - y + C_2) = 0$$

$$x \text{ قابل} = 3C_2 + C_1 = -1$$

$$y = -C_2 - C_1 = -1$$

$$C_1 = 2$$

$$C_2 = -1$$

$$C_1 C_2 = -1 \times 2 = -2$$

$$3x - y + 2 = 0$$

$$x - y - 1 = 0$$

مقاطعة في الربع الثاني

$$2x = -3 \quad x = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{5}{2}$$

$$\left(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

المرحلة



$$\tan \theta = \frac{+2\sqrt{h^2 - ab}}{a+b} \quad \frac{0+2\sqrt{4-3}}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right)$$

$$\theta_x = \theta_1 + \frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_1)$$

$$2\theta = \theta_1 + \theta_2$$

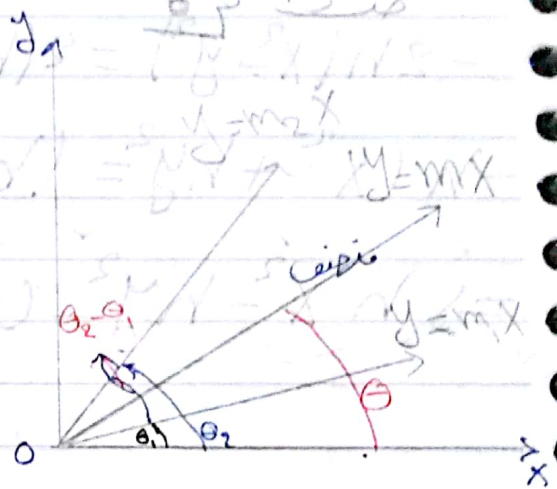
$$\tan 2\theta = \tan(\theta_1 + \theta_2)$$

$$\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2}$$

$$\frac{2m}{1 - m^2} = \frac{m_1 + m_2}{1 - m_1 m_2}$$

$$m_1 + m_2 = \left[-\frac{h}{b} + \frac{\sqrt{h^2 - ab}}{b} \right] - \left[-\frac{h}{b} - \frac{\sqrt{h^2 - ab}}{b} \right] = \frac{2h}{b}$$

$$m_1 m_2 = \frac{h^2}{b^2} - \frac{h^2 - ab}{b^2} = \frac{a}{b}$$



$$\frac{2 \frac{y}{x}}{1 - \frac{y^2}{x^2}} \cdot \frac{x^2}{x^2} = \frac{-2h}{1 - \frac{a}{b}} \cdot \frac{b}{b}$$

$$\frac{2xy}{x^2 - y^2} = \frac{-2h}{b-a}$$

$$-2h(x^2 - y^2) = 2(b-a)xy$$

$$-h(x^2 + y^2) = (b-a)xy$$

$$\Rightarrow hx^2 - hy^2 - (a-b)xy = 0$$



Sat Sun Mon Tue Wed Thu Fri

PAGE:

DATE:



$$y = mx + k \quad \Rightarrow \quad \frac{y - mx}{k} = 1$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2 \left(\frac{y - mx}{k} \right)^2$$

$$x^2 + y^2 = \frac{r^2}{k^2} (y^2 - 2mxy + m^2x^2)$$

$$k^2x^2 + k^2y^2 = r^2y^2 - 2mxyr^2 + r^2m^2x^2$$

$$(k^2x^2 - r^2m^2x^2) + (k^2y^2 - r^2y^2) + 2mxyr^2 = 0$$

$$\underbrace{(k^2 - r^2m^2)}_a x^2 + \underbrace{(k^2 - r^2)}_b y^2 + 2mxyr^2 = 0$$

$$a + b = 0 \Rightarrow k^2 - m^2r^2 + k^2 - r^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2k^2 = m^2r^2 + r^2$$

$$\therefore k^2 = \frac{r^2}{2} (m^2 + 1)$$

الناشره

المحور العام لمعادله الدائره

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

$$a = b = 1$$

$$(x^2 + 2gx + g^2 + y^2 + 2fy + f^2 + c = 0)$$

$$(x^2 + 2gx) + (y^2 + 2fy) = -c$$

$$(x^2 + 2gx + g^2) + (y^2 + 2fy + f^2) = g^2 + f^2 - c$$

$$(x + g)^2 + (y + f)^2 = g^2 + f^2 - c$$

$$(-g, -f)$$

مركزه مركزها

$$a = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

نصف قطرها

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = a^2$$

$$x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 + y^2 - 2\beta y + \beta^2 = a^2$$

$$= g^2 + f^2 - c$$

$$\alpha = -g$$

$$\beta = -f$$

$$g^2 + f^2 - a^2 = c$$

$$\alpha^2 + \beta^2 - a^2 = c$$

$$a \geq 0 \Rightarrow g^2 + f^2 \geq c$$

$$a < 0 \Rightarrow \text{no real circle}$$

$$a = 0 \Rightarrow \text{a point}$$

latter



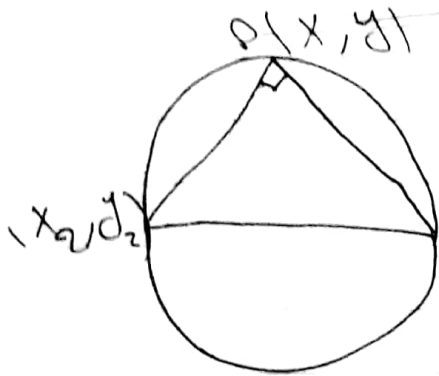
Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PAGE:

DATE:



4. اوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الثلاث $(-1, 2)$, $(3, 2)$, $P(1, 1)$



معادلة الدائرة معلومة من طرفي قطر فبقي

$$m_1, m_2 = -1$$

$$\left(\frac{y - y_1}{x - x_1} \right) \left(\frac{y_2 - y}{x_2 - x} \right) = -1$$

$$(y - y_1)(y_2 - y) = -(x - x_1)(x_2 - x)$$

$$(x^2 + y^2)(\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \sin^2 \theta) \\ = (x \tan \alpha - y \sin \theta)^2$$

② 47

هو 2α

العل يفرض ان الزاوية بين a و b هي ϕ

$$\tan \phi = \frac{\pm 2 \sqrt{h^2 - ab}}{a + b}$$

$$x^2(\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \sin^2 \theta) + y^2(\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \sin^2 \theta) \\ = x^2 \tan^2 \alpha - 2xy \tan \alpha \sin \alpha + y^2 \sin^2 \alpha$$

$$(\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \sin^2 \theta - \tan^2 \alpha) x^2 + 2 \sin \theta \tan \alpha xy \\ + (\cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \sin^2 \theta - \sin^2 \theta) y^2 = 0$$

$$a = \cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \sin^2 \theta - \tan^2 \alpha$$

$$b = \cos^2 \theta \sin^2 \alpha$$

$$h = \sin \theta \tan \alpha$$

$$h^2 - ab = \cancel{\sin^2 \theta \cos^4 \alpha} \sin^2 \theta \tan^2 \alpha - \cos^4 \theta \sin^4 \alpha \\ - \cos^2 \theta \sin^2 \theta \sin^2 \alpha + \cos^2 \theta \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha \\ = \tan^2 \alpha [\sin^2 \theta - \cos^4 \theta \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ - \cos^3 \theta \sin^2 \theta \cos^2 \alpha + \cos^2 \theta \sin^2 \alpha]$$

$$= \tan^2 \alpha [(1 - \cos^2 \theta) - (\cos^4 \theta \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha) \\ - \cos^2 \theta \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \theta) + \cos^2 \theta (1 - \cos^2 \alpha))] \\ \text{فلذا}$$



Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PAGE:

DATE:



$$= \tan^2 \alpha (1 - 2 \cos^2 \theta \cos^2 \alpha + \cos^4 \theta \cos^2 \alpha)$$

$$= \tan^2 \alpha (1 - \cos^2 \theta \cos^2 \alpha)$$

$$a + b = 2 \cos^2 \theta \sin^2 \alpha + \sin^2 \theta - \tan^2 \alpha$$



$$y^2 = (\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha) \cos 2\alpha$$

$$- x^2 (\sin 2\alpha - \sqrt{3} \cos 2\alpha)$$

$$+ x^2 (\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha \sin \alpha)$$

$$b = \cos^2 \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha$$

$$a = \sin^2 \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha$$

$$h = \frac{1}{2} (\sin 2\alpha - \sqrt{3} \cos 2\alpha)$$

$$\tan \theta = \pm \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a+b} \quad a+b=1$$

$$h^2 - ab = \frac{1}{4} [\sin^2 2\alpha - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha \cos 2\alpha + 3 \cos^2 2\alpha$$

$$- (\sin^2 \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha)(\cos^2 \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha)]$$

$$= \frac{1}{4} [1 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha \cos 2\alpha + 2 \cos^2 2\alpha]$$

$$- [\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sqrt{3} \sin^3 \alpha \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha \cos^3 \alpha - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha]$$

$$= \frac{1}{4} [1 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha \cos 2\alpha + 2 \cos^2 2\alpha]$$

$$- [-2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)]$$

$$= \frac{1}{4} [1 - 2\sqrt{3} \sin 2\alpha \cos 2\alpha + 2 \cos^2 2\alpha] - [-2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$- \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha] = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cos^2 2\alpha + \frac{1}{2} \cos^2 2\alpha$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \quad \tan \theta = \pm \frac{2\sqrt{\frac{3}{4}}}{1} = \pm \sqrt{3}$$



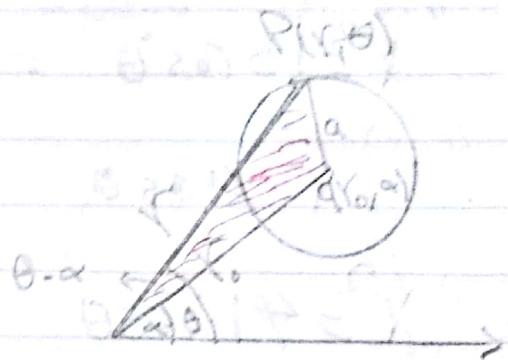
الصورة القطبية لمعادلة الدائرة

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = a^2$$

من قانون جيب القوس

$$a^2 = r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \alpha)$$

$$r^2 = a^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \alpha)$$



معادلة دائرة في الصورة القطبية مركزها (alpha, beta)

و نصف قطرها هو a

(r_0, alpha)

(0, 0)

علاوة فاصلة P(0, 0) إذا كان مركز الدائرة هو نقطة الأصل

ونصف قطرها

$$r^2 = a^2$$

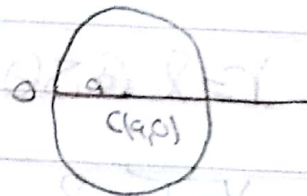
$$r = a$$

معادلة الدائرة



3 إذا وقع القطب O على خط ومركز الدائرة يتناهي في المركز C
فإن إحداثي C - (a, 0) أي (a, 0) = (r, 0)

$$r^2 = a^2 - a^2 + 2ar \cos \theta$$



$$r = 2a \cos \theta$$

$$r = 2a \cos \theta$$

$$r^2 = a^2 - a^2 + 2ar \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$$



$$r = 2a \sin \theta$$

4 إذا وقع القطب O على محيط الدائرة وكان مركز الدائرة يتناهي في المركز C
أحد أوتار الدائرة فإن إحداثي المركز هو (a, 0)



$$r^2 = r_0^2 - a^2 + 2r_0 a \cos(\theta - \alpha)$$



Sat Sun Mon Tue Wed Thu Fri

PAGE:

DATE:

92458
EJattar

1. واحد مركزي ونصف قطر كوكب مداره وانحراف الاقواس
i) $r = 4 \cos \theta$

$$r^2 = 16 \cos^2 \theta = \frac{16}{2} (1 + \cos 2\theta) \quad \times r$$

$$r = 4 \cos \theta$$

.r

$$r^2 = 4r \cos \theta$$

$$[a=2] \Rightarrow$$

نصف القطر

$$ii) r = -4 \sin \theta$$

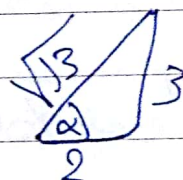
$$r = 4 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) \quad \times r$$

$$r^2 = 4r \cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right)$$

III)

$$r = 2 \cos \theta + 3 \sin \theta$$

$$r = \sqrt{13} \left[\frac{2}{\sqrt{13}} \cos \theta + \frac{3}{\sqrt{13}} \sin \theta \right]$$



$$r = \sqrt{13} [\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta]$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{3}{\sqrt{13}} \right)$$

$$r = \sqrt{13} \cos(\alpha - \theta) = \sqrt{13} r$$

$$2r_0 = \sqrt{13}$$

$$r_0 = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$a^2 - r_0^2 = 0$$

$$a^2 = r^2$$

EJattar



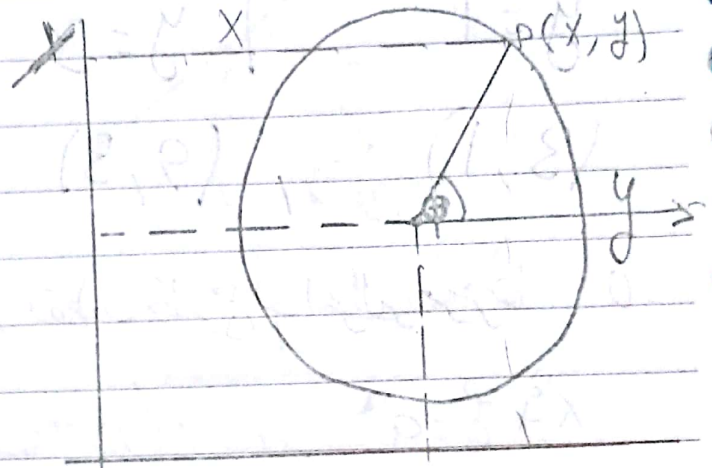
المعادلة البارامترية
تعريف الدالة البارامترية x ودالة y متغير α ودالة α نفس المتغير

$$x - A = a \cos \alpha$$

$$y - B = a \sin \alpha$$

$$x = A + a \cos \phi$$

$$y = B + a \sin \phi$$



Q57, P1 او حد احداثيتي النقطة الواقعة على الدائرة

$$x^2 + y^2 - 12x - 4y + 30 = 0$$

$$a = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$$

$$g = -6$$

$$f = 2$$

$$c = 30$$

$$a = \sqrt{36 + 4 - 30} = \sqrt{10}$$

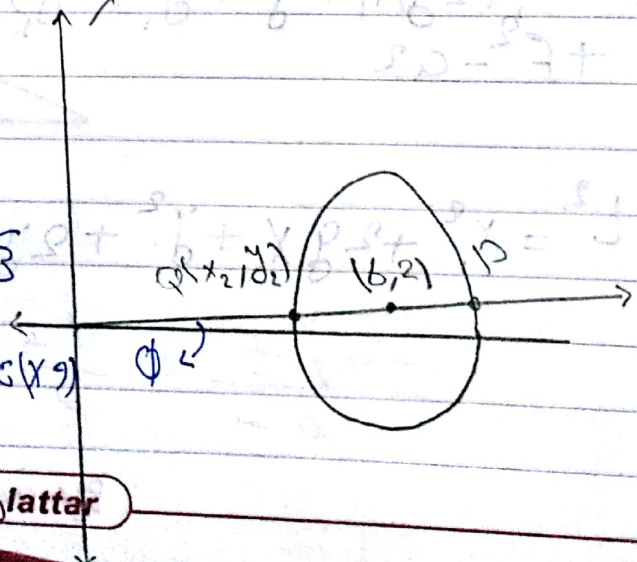
$$C = (-g, -f) = (6, 2)$$

$$m = \frac{2-0}{6-0} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x, \quad \tan \phi = \frac{1}{3}$$

$$x^2 + \frac{1}{9}x^2 - 12x - \frac{4}{3}x + 30 = 0 \quad \phi$$

$$10x^2 - 120x + 270 = 0$$





$$x^2 = 12x + 27 = 0$$

$$x = 3$$

$$y = 1$$

$$(3, 1)$$

$$x = 9$$

$$y = 3$$

$$(9, 3)$$

0 طول المسار من نقطة خارج الدائرة التي تمر بها

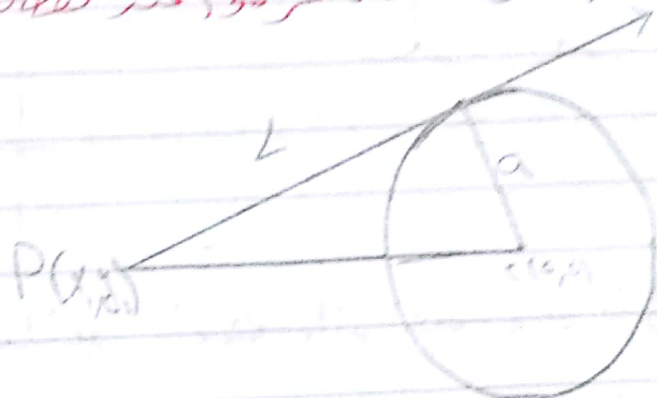
$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$PO^2 = L^2 + a^2$$

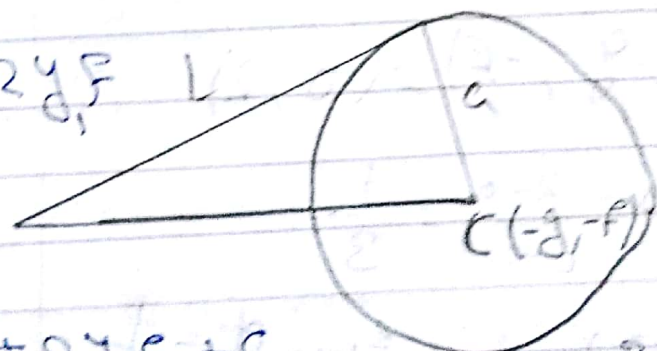
$$L^2 = a^2 - PO^2$$

$$L^2 = (\sqrt{(x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2})^2 - a^2$$

$$L^2 = x_1^2 + y_1^2 - a^2$$



$$L^2 = x_1^2 + 2gx_1 + g^2 + y_1^2 + 2fy_1 + f^2 - a^2$$



$$L^2 = x_1^2 + 2gx_1 + y_1^2 + 2fy_1 + c$$

$$c = g^2 + f^2 - a^2$$



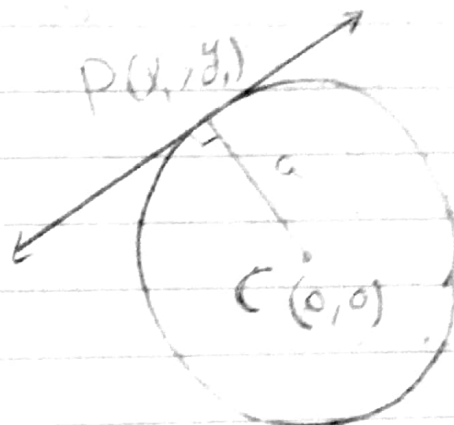
لا تكتب في هذا المكان

شرط قاسم من تقسيم مع الدائرة

$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$r = \frac{|y - mx - c|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$r = \frac{|c|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$



$$|c| = a\sqrt{m^2 + 1}$$

$$c = \pm a\sqrt{m^2 + 1}$$

$$y = mx \pm a\sqrt{m^2 + 1}$$

$$mx - y \pm a\sqrt{m^2 + 1} = 0$$

$$xx_1 + yy_1 = a^2 \quad \#$$

$$xx_1 + yy_1 - a^2 = 0 \Rightarrow \Pi_1$$

$$mx - y \pm a\sqrt{m^2 + 1} = 0 \Rightarrow \Pi_2$$

$$\Pi_1 : \Pi_2 \text{ قاسم}$$

$$\frac{mx - y}{xx_1 - yy_1} = \frac{\pm a\sqrt{m^2 + 1}}{-a^2}$$

$$\frac{m}{x_1} = \frac{-1}{y_1} = \frac{\pm a\sqrt{m^2 + 1}}{-a}$$

$$\frac{m}{x_1} = \frac{\pm \sqrt{m^2 + 1}}{-a} \quad \left| \begin{array}{l} = \frac{1}{y_1} = \frac{\pm \sqrt{m^2 + 1}}{-a} \end{array} \right.$$



$$x^2 + y^2 = 4$$

$$a^2 = 4$$

$$a = 2$$

$$\sqrt{3}x + y + 5 = 0$$

$$m = -\sqrt{3}$$

$$y = m x + c$$

$$y = -\sqrt{3} x + c$$

$$c = \pm a \sqrt{1 + m^2}$$

$$\therefore c = \pm 2 \sqrt{1 + 3} \Rightarrow c = \pm 4$$

$$y = -\sqrt{3} x + 4$$

$$y = -\sqrt{3} x - 4$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$$

$$4x + 3y + 5 = 0$$

$$m = -\frac{4}{3}$$

$$(4x + 3y + c = 0)$$

$$y = m x + c$$

$$y = -\frac{4}{3} x + c \quad \times 3$$

$$3y = -4x + 3c$$

$$a = \frac{|3y + 4x - 3c|}{\sqrt{16 + 9}}$$

$$25 = |6 - 3c|$$

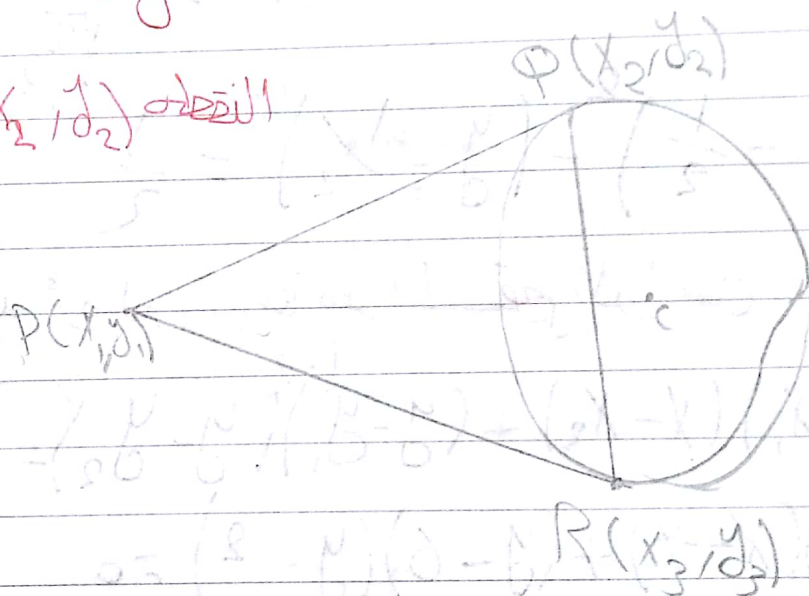
$$c = -\frac{19}{3}$$

$$c = \frac{31}{3}$$

$$x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + C = 0$$

وتر التماس

النقطة $P(x_1, y_1)$ واقعه على الدائرة



مثال ٢٢ اوجد معادله الدائره مركزها النقطه $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ونصف قطرها $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

مثال ٢٣ اوجد معادله الدائره التي قطرها هو المستقيم الواحد

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$$

$$(x - 8)(x - 4) + (y - 6)(y - 2) = 0$$

مثال ٢٤ اوجد مركز و نصف القطر $x^2 + y^2 - 4x - 8y = 41$

$$\text{Centre} = (2, 4)$$

$$r = \sqrt{g^2 + f^2 - c} = \sqrt{4 + 16 + 41}$$

ii) $x^2 + y^2 = k(x, y)$

$$x^2 + y^2 - kx - ky = 0$$

$$\text{Centre} = \left(\frac{k}{2}, \frac{k}{2}\right)$$

$$r = \sqrt{\frac{k^2}{4} + \frac{k^2}{4}}$$



Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PAGE:

DATE:



(1,6)(3,2)(2,3) 14

$$\begin{vmatrix} x^2+y^2 & x & y & 1 \\ 37 & 1 & 6 & 1 \\ 13 & 3 & 2 & 1 \\ 13 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

فك
 $\frac{55 \ 55}{471}$

5] مركزها (2,3) وقس المقعر $3x+4y=2$

$$a = \frac{|3x+4y+2|_{(2,3)}}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{|6+12+2|}{5}$$

$$a = \frac{20}{5} = 4$$

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4^2$$



Sat	Sun	Mon	Tue	Wed	Thu	Fri
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

PAGE:

DATE:



قطب $(0, 0)$

المستفار T_1 يس T_2 قطب

$$XX' + YY' + g(x + x') + f(y + y') + c = 0$$